**基础课28 平面向量的基本定理及其坐标表示**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 平面向量的基本定理 | 理解 | 2023年全国乙卷（文）  2023年天津卷 | ★★☆ | 数学运算  直观想象 |
| 平面向量的坐标运算 | 掌握 | 2023年新高考Ⅰ卷  2022年新高考Ⅱ卷  2022年全国乙卷（文） | ★★☆ | 数学运算  直观想象 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，平面向量的基本定理及其坐标表示一般以选择题的形式出现，试题较为简单，平面向量的坐标表示常与数量积运算交汇考查，在立体几何中求空间角与距离时常常用到，在解析几何中也会用到共线向量的坐标运算.预计2025年高考命题情况变化不大 | | | |

### 基础知识·诊断

#### 夯实基础

##### 一、平面向量的基本定理

|  |  |
| --- | --- |
| 条件 | ，是同一平面内的两个不共线向量 |
| 结论 | 对于这一平面内的任一向量，有且只有一对实数，，使 |
| 基 | 把不共线的向量,叫作表示这一平面内所有向量的一组②基.记作{,}.若基中的两个向量互相垂直,则称这组基为正交基,在正交基下向量的线性表示称为正交分解.若基中的两个向量是互相垂直的单位向量,则称这组基为标准正交基 |

##### 二、平面向量的正交分解

把一个向量分解为两个③互相垂直的向量，叫作把向量作正交分解.

##### 三、平面向量的坐标运算

1.向量加法、减法、数乘运算及向量的模

设，，则，，，.

2.向量坐标的求法

（1）若向量的起点是坐标原点，则终点坐标即向量的坐标.

（2）设，，则，.

##### 四、平面向量共线的坐标表示

设，，则向量，共线的充要条件是⑩.

###### 知识 拓展

1.作为基的两个向量必须是不共线的.

2.若与不共线，且，则.

#### 诊断自测

##### 题组1 走出误区

1. 判一判.（对的打“√”，错的打“×”）

（1） 平面内的任意两个向量都可以作为一组基.( × )

（2） 在中，向量，的夹角为.( × )

（3） 同一向量在不同基下的表示是相同的.( × )

（4） 设，是平面内的一组基，若实数，，，满足，则，.( √ )

2. （易错题）已知，，，且，，则的坐标为.

**【易错点】**求向量的坐标易出错，向量的坐标应该是由终点坐标减去始点坐标.

[解析]因为，，，所以，，所以，.设，则，所以所以 所以点的坐标为，同理可得点的坐标为，所以.

##### 题组2 走进教材

3. （人教A版必修②P31·例7改编）已知，，且，则3.

[解析]因为，所以，解得.

4. （人教A版必修改编）在中，已知为边上的中线，为的中点，则( A ).

A. B. C. D.

[解析]由题意知，则.故选.

##### 题组3 走向高考

5. [2023·新高考Ⅰ卷改编]已知向量，,若，则( C ).

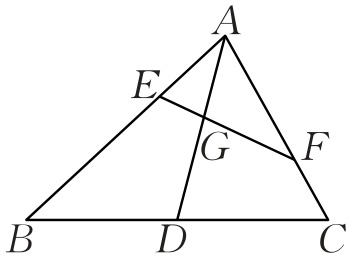
A. B. C. D.

[解析]由题易得，，由，得，整理得.故选.

### 考点聚焦·突破

#### 考点一 平面向量的基本定理及其应用［师生共研］

典例1 如图，在中，为的中点，，，与交于点，若，则( B ).



A. B. C. D.

[解析]由题意，，

因为,,三点共线，所以可设，，又，所以，即解得故选.

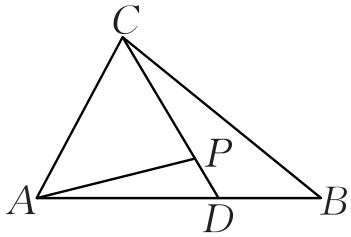


1.应用平面向量基本定理表示向量的实质是利用平行四边形法则或三角形法则进行向量的加、减与数乘运算.一般将向量“放入”相关的三角形中，利用三角形法则列出向量间的关系.

2.用平面向量基本定理解决问题的一般思路：先选择一组基，并运用该基将条件和结论表示成向量的形式，再通过向量的运算来解决.注意同一个向量在不同基下的表示是不同的，但在每组基下的表示都是唯一的.

##### 针对训练

[2024·益阳统考]如图，在中，为上一点，，为上一点，，且，则的值为( D ).



A. B. C. D.

[解析]因为，，所以，，则，

又，所以,，故.故选.

#### 考点二 平面向量的坐标运算［自主练透］

1. [2024· 南山校考]已知点，，向量，则向量( A ).

A. B. C. D.

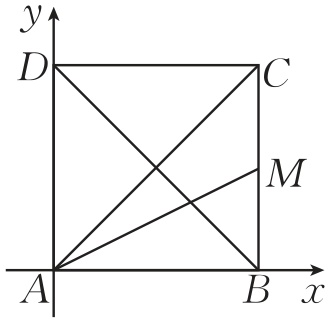
[解析]设，则，故解得所以，

又因为，所以.故选.

2. 在正方形中，是的中点.若，则的值为( B ).

A. B. C. D. 2

[解析]在正方形中，以为坐标原点，直线，分别为，轴建立平面直角坐标系，如图，



令，则,,,，则,,，

因为，

所以解得则.故选.

3. [2024·自贡模拟]已知，，，则实数2.

[解析]由已知得，

，

，解得.



**向量坐标运算问题的一般思路**

|  |  |
| --- | --- |
| 向量问题坐标化 | 向量的坐标运算，使得向量的线性运算都可以用坐标来进行，实现了向量运算完全代数化，将数与形紧密结合起来，通过建立平面直角坐标系，使几何问题转化为数量运算 |
| 巧借方程思想求坐标 | 向量的坐标运算主要是利用向量的加法、减法、数乘运算法则进行，若已知有向线段两端点的坐标，则应先求出向量的坐标，求解过程中要注意方程思想的运用 |

#### 考点三 平面向量共线的坐标表示［多维探究］

##### 利用向量共线求参数角度1

典例2 已知向量，，若与共线，则实数的值为( B ).

A. B. C. 1 D. 2

[解析]，，

，，

又与共线，，解得.故选.

##### 利用向量共线求向量或点的坐标角度2

典例3（1） [2024·威海模拟]（多选题）下列向量与共线的是( CD ).

A. B. C. D.

[解析]由，则与不共线，不是；

由，则与不共线，不是；

而，，则,都与共线，，是.故选.

（2） 已知，，且，则点的坐标为.

[解析]由题意得，则.

设，则，即解得故点的坐标为.



1.两平面向量共线的充要条件有两种形式：

（1）若，，则的充要条件是.

（2）若，则.

2.向量共线的坐标表示既可以判定两向量平行，也可以由平行求参数.当两向量的坐标值均非零时，也可以利用坐标对应成比例来求解.

##### 多维训练

1. 若,，与共线且不相等，则向量的坐标可能是( A ).

A. B.

C. D.

[解析]设，因为,，且与共线，

所以解得或即或（舍去）.故选.

2. 已知点,,，为坐标原点，则与的交点的坐标为.

[解析]因为,,三点共线，所以可设，则，又，由与共线，可得，解得，所以，所以交点的坐标为.

3. 已知向量,.若，则0.

[解析]由题可知，,，

因为，所以，

解得.